

34° Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Preselectivo

OMM Jalisco

20 de junio de 2020

Problema 1. En cada uno de los 4 vértices de una pirámide triangular se encuentra un virus de distinto color. Waldo estornuda y cada virus cambia de vértice, quedando de nuevo un virus en cada vértice. De cuántas formas pueden hacer el cambio los virus?

Problema 2. Un número n de 3 dígitos es *simétrico* si cumple la siguiente propiedad: si al producto de dos de las cifras de n le sumamos la tercera cifra, obtenemos el mismo resultado independientemente de cuáles cifras escogemos. Por ejemplo, $n = 117$ es simétrico, pues

$$1 \cdot 1 + 7 = 1 \cdot 7 + 1 = 7 \cdot 1 + 1 = 8.$$

Encuentra todos los números simétricos.

Problema 3. Sea $ABCD$ un cuadrado y sea Y un punto dentro de la diagonal AC distinto del punto medio de AC . La recta perpendicular al segmento BY que pasa por Y corta a la recta AD en X y a la recta CD en Z . Muestra que $AX = CZ$.

Problema 4. Sea T el conjunto de los enteros positivos que son múltiplos de 2, 3 y 5 a la vez, pero no de ningún otro número primo. Dado un entero positivo n , sea $\sigma(n)$ la suma de los divisores positivos de n .

- a) Encuentra un entero positivo n en T tal que $\sigma(n) = 3n$.
- b) Muestra que para todo entero positivo n en T , se cumple que

$$2n < \sigma(n) < 4n$$

Cada problema vale 7 puntos

Tiempo de examen: 4 horas y media

Tiempo de preguntas: 1 hora