34° **Olimpiada Mexicana de Matemáticas**

Examen Estatal - Jalisco

30 de mayo de 2020

Indicaciones

- Está prohibido el uso de calculadora, recursos en línea, textos y cualquier ayuda externa.
- El examen consta de 10 problemas de distinto valor a ser resueltos durante 2 horas. Solo es necesaria la respuesta a cada problema, y la respuesta a cada problema es un número entero.
- Tus respuestas deben ser enviadas a través del siguiente formulario (puedes dar click):

  Formulario de Respuestas

  a más tardar a las **12:05pm del sábado 30 de mayo de 2020**. Toda respuesta recibida después de esto se considerará como descalificada.

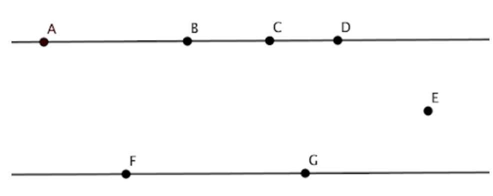
Problemas

Problema 1. (**1 Punto**)
Cierto número se multiplicó por la suma de sus dígitos y el resultado fue 2020. ¿Cuál es ese número?

Problema 2. (**1 Punto**)
Encuentra el valor de $(x-y)(y-z)(z-x)$ si sabemos que los números x, y, z cumplen que:

$$y+z=11$$
$$x+y=22$$
$$z+x=33$$

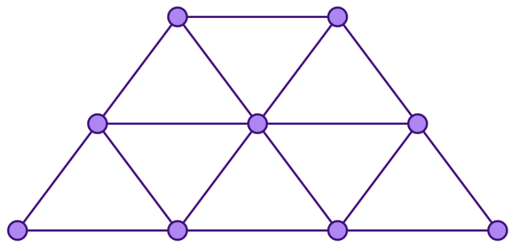
Problema 3. (**1 Punto**)
Tenemos varios puntos acomodados como se muestra en la figura. ¿Cuántos triángulos no degenerados pueden formarse con los puntos en la figura?



Nota: Un triángulo *no degenerado* es un triángulo cuyos vértices no están todos sobre una misma recta.

Problema 4. (**2 Puntos**)
Sea ABC un triángulo. El punto D está sobre el lado AB de modo que AD mide la mitad de BD. Similarmente, el punto E está sobre el lado AC de modo que AE mide el doble de CE. La recta paralela a BC que pasa por A es cortada por CD en X y por BE en Y. Si el segmento BC mide 250, determina la medida del segmento XY.

Problema 5. (**2 Puntos**)
La artista Dua Pulga quiere hacer una *coreografía* en el siguiente escenario:



Una coreografía consiste en lo siguiente: Dua Pulga comienza en un vértice de su elección, y luego puede moverse únicamente a vértices conectados por un segmento al vértice donde se encuentra. Durante la coreografía, Dua Pulga debe pasar por cada vértice exactamente una vez, excepto por el vértice donde inicia, el cual debe ser el vértice donde termina también. ¿Cuántas coreografías distintas puede hacer Dua Pulga?

Nota: Dos *coreografías* se consideran distintas si su vértice de inicio o dirección de saltos son distintos.

Problema 6. (**2 Puntos**)
Sea ABC un triángulo con $\angle ACB = 90°$ y tal que las medidas de sus lados son enteras. Si se sabe que el lado BC mide 101, determina la medida del lado AB.

Problema 7. (**2 Puntos**)
La suma de 2020 enteros consecutivos es el doble de un cuadrado perfecto. Determina el menor valor posible del más grande de estos 2020 números.

Nota 1: Los números enteros pueden ser positivos, negativos o cero.

Nota 2: Un número es *cuadrado perfecto* si es igual al producto de otro número entero por sí mismo. Por ejemplo, 9 es cuadrado perfecto pues $9 = 3 \times 3$.

Problema 8. (**3 Puntos**)
Un rectángulo está dividido en 16 rectángulos iguales como una cuadrícula de 4×4. Se quiere pintar cada uno de estos 16 rectángulos con uno de 4 colores. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto de manera que los cuatro colores aparecen en cada fila y cada columna?

Problema 9. (**3 Puntos**)
Hugo tiene 2020 pacientes enfermos en su país al inicio del día 1. Las 3 enfermedades que existen en ese país son *algebritis*, *geolocura* y *numeritis*. Una persona no puede estar contagiada de más de una de estas enfermedades. Se sabe que si no se quedan en casa, sucede lo siguiente:

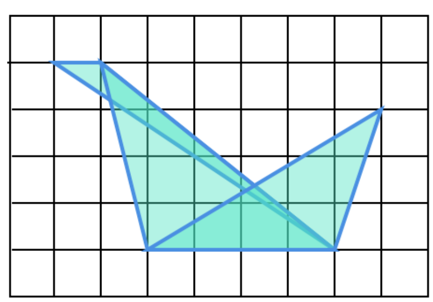
- un enfermo de algebritis contagia a 5 personas más
- un enfermo de geolocura contagia a 4 personas más
- un enfermo de numeritis contagia a 11 personas más

y la enfermedad de los nuevos contagiados comienza al inicio del siguiente día. Si se quedan en casa, los enfermos no contagian a nadie. También se sabe que

- $\frac{1}{4}$ de los enfermos tienen algebritis, y $\frac{1}{5}$ de ellos no se quedan en casa.
- $\frac{1}{5}$ de los enfermos tienen geolocura, y $\frac{1}{4}$ de ellos no se quedan en casa.
- El resto de los enfermos tienen numeritis, y $\frac{1}{11}$ de ellos no se quedan en casa.

Por último, estas enfermedades duran 2 días y los pacientes se curan milagrosamente al inicio del tercer día desde el comienzo de su enfermedad. Los enfermos pueden contagiar a otras personas durante sus dos días de enfermedad. Determina la cantidad de enfermos al inicio del día 9.

Problema 10. (**3 Puntos**)
Marlet y Nayeli le hicieron una figurita de origami con papel azul a su amiga Naomi. Tras colocar la figura de origami aplanada sobre un mantel cuadriculado donde cada cuadrito mide 1 cm de lado, se dieron cuenta que el área total de la figura puede escribirse como la fracción irreducible $\frac{A}{35}$ cm^2. ¿Cuál es el valor de A?



Nota: Una fracción está escrita de forma *irreducible* cuando el numerador y denominador no tienen ningún factor primo en común. Por ejemplo, $\frac{9}{5}$ es una fracción irreducible pero $\frac{3}{9}$ no lo es.

El valor de cada problema está indicado a su derecha
Tiempo de examen: 2 horas